

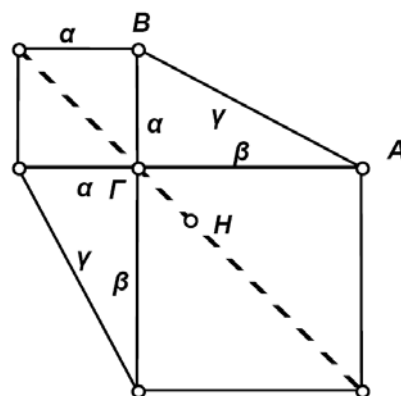
Η απόδειξη του Leonardo da Vinci

Ο Ιταλός Leonardo da Vinci (1452-1519) ήταν ζωγράφος, μηχανικός, και εφευρέτης την εποχή της Αναγέννησης. Έγινε διάσημος από τον πίνακά του *Mona Lisa*. Επίσης, στον Leonardo da Vinci αποδίδεται η ακόλουθη απόδειξη του πυθαγόρειου θεωρήματος.

Κατασκευή

Στο σχήμα αυτό δε χρειάζεται η κατασκευή τετραγώνου στην υποτείνουσα.

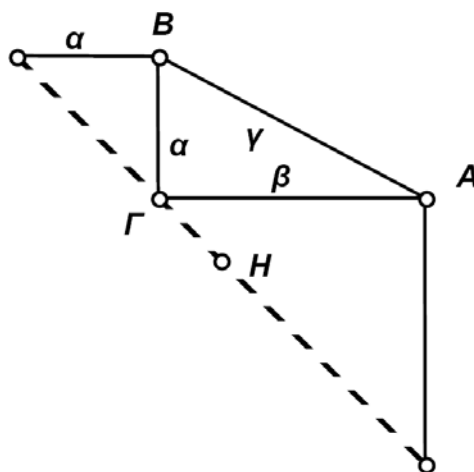
1. Κατασκευάστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και από ένα τετράγωνο σε κάθε κάθετη πλευρά του όπως στο σχήμα.
2. Συνδέστε τις κορυφές των τετραγώνων για την κατασκευή ενός δεύτερου ορθογώνιου τριγώνου, όμοιου με το αρχικό τρίγωνο.
3. Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα που διέρχεται από το σημείο Γ και που συνδέει τις δύο απώτερες κορυφές των τετραγώνων.



4. Κατασκευάστε το μέσο H αυτού του τμήματος.

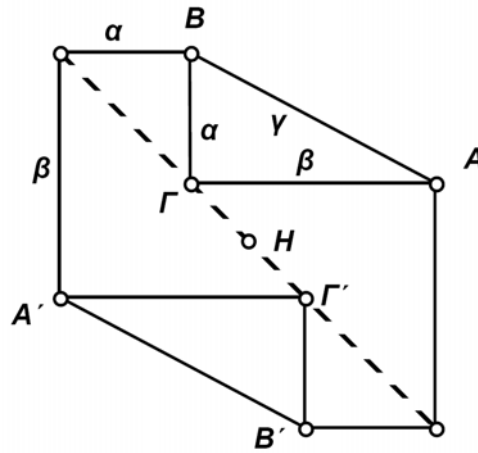
Το υπομενού
**Κουμπιά
ενεργειών**
βρίσκεται στο
μενού
Επεξεργασία.

5. Το τμήμα αυτό διαιρεί το σχήμα σε δύο κατοπτρικά είδωλα. Επιλέξτε όλα τα τμήματα και σημεία στη μια πλευρά του τμήματος και δημιουργήστε ένα κουμπί ενεργειών Απόκρυψη/Εμφάνιση. Αλλάξτε την ετικέτα του σε Εμφάνιση ανάκλασης/Απόκρυψη ανάκλασης.
6. Κάντε διπλό κλικ στο κουμπί Απόκρυψη ανάκλασης. Θα πρέπει να δείτε το ήμισυ του σχήματος.



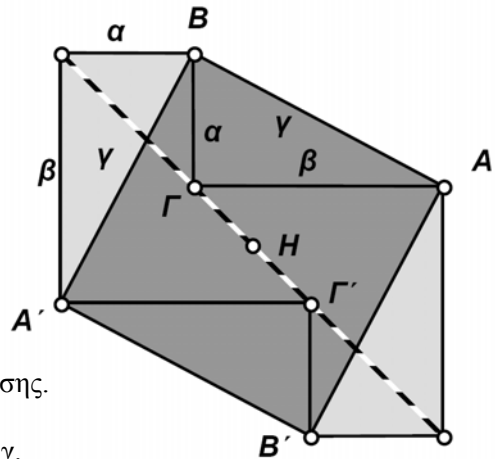
Η απόδειξη του Leonardo da Vinci (συνέχεια)

7. Επιλέξτε το σημείο H ως κέντρο και περιστρέψτε ολόκληρο το σχήμα κατά γωνία 180° ως προς το H .
8. Επιλέξτε όλα τα αντικείμενα που αποτελούν το περιστραμμένο ήμισυ του σχήματος και δημιουργήστε κουμπι ενεργειών Απόκρυψης/Εμφάνισης. Αλλάξτε την ετικέτα του κουμπιού αυτού σε Εμφάνιση περιστροφής/Απόκρυψη περιστροφής. Μην αποκρύψετε ακόμη το περιστραμμένο ήμισυ.



9. Κατασκευάστε τα τμήματα $A'B$ και $B'A$. Βλέπετε το τετράγωνο πλευράς γ ;
10. Κατασκευάστε το εσωτερικό του $BA'B'A$ και των δύο γειτονικών του τριγώνων.

11. Επιλέξτε τα τμήματα $A'B$ και $B'A$ και τα τρία εσωτερικά σχήματα που κατασκευάσατε. Δημιουργήστε κουμπι ενεργειών Απόκρυψης/Εμφάνισης. Ονομάστε το κουμπι αυτό Εμφάνιση τετραγώνου γ /Απόκρυψη τετραγώνου γ .



Η απόδειξη του Leonardo da Vinci (συνέχεια)

Έρευνα

Από την εμπειρία αυτής της κατασκευής, ίσως έχετε μια καλή εικόνα του τρόπου απόδειξης του Leonardo da Vinci. Κάντε κλικ σε όλα τα κουμπιά απόκρυψης, κατόπιν πατήστε τα κουμπιά με την εξής σειρά: Εμφάνιση ανάκλασης, Εμφάνιση περιστροφής, Απόκρυψη ανάκλασης, Εμφάνιση τετραγώνου γ . Θα πρέπει να δείτε το μετασχηματισμό δύο ορθογώνιων τριγώνων με τετράγωνα στις κάθετες πλευρές τους σε δύο πανομοιότυπα ορθογώνια τρίγωνα με τετράγωνα στις υποτείνουσές τους. Εξηγήστε σε ένα συμμαθητή σας ή παρουσιάστε σε όλη την τάξη την απόδειξη του πυθαγόρειου θεωρήματος από τον Leonardo.

Απόδειξη

Η απόδειξη του Leonardo da Vinci είναι μια από τις κομψές αποδείξεις, στις οποίες το σχήμα αποκαλύπτει σχεδόν ολόκληρη την ιστορία. Δώστε μια γραπτή εξήγηση του γεγονότος ότι το αρχικό και το τελικό εξάγωνο έχουν ίσα εμβαδά και του τρόπου απόδειξης του πυθαγόρειου θεωρήματος μέσω αυτών των εξαγώνων.

Η απόδειξη του Leonardo da Vinci

(σ. 31)

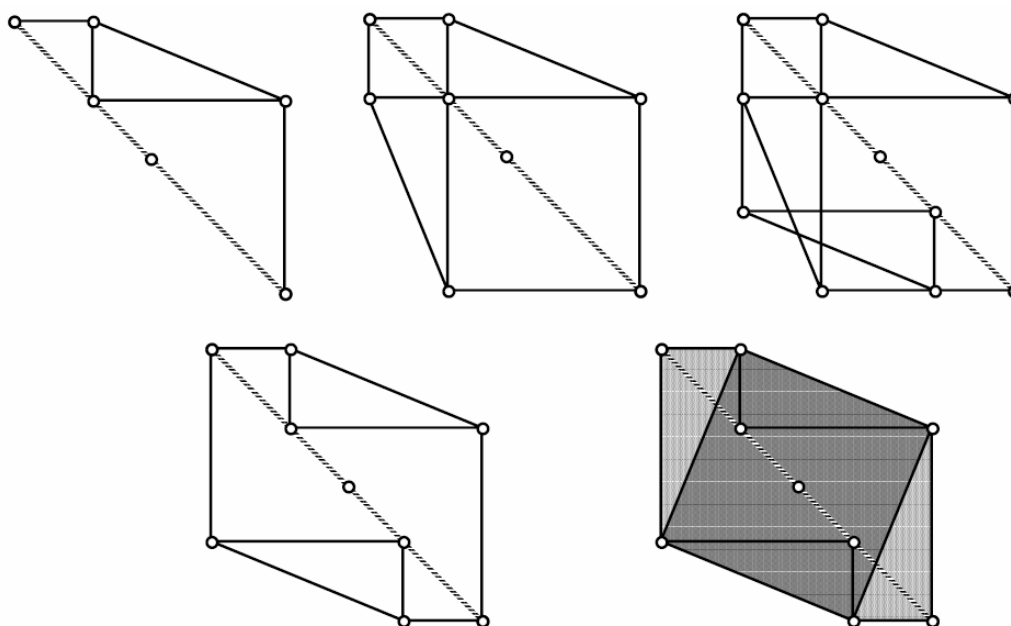
Κατασκευή

Δυσκολία: Μέτρια. Η κατασκευή καθαυτή δεν είναι δύσκολη, αλλά απαιτείται προσεκτική επιλογή για την κατάλληλη λειτουργία των κουμπιών ενεργειών.

- K1. Προσέξτε ώστε οι μαθητές να μην κατασκευάσουν ένα τετράγωνο στην υποτείνουσα.
- K5. Η Απόκρυψη/Εμφάνιση είναι μια εντολή στο υπομενού Κουμπί ενεργειών του μενού Επεξεργασία. Η εντολή παράγει ταυτόχρονα τόσο ένα κουμπί Απόκρυψης όσο και ένα κουμπί Εμφάνισης. Είναι δυνατή η αλλαγή της ετικέτας των κουμπιών με διπλό κλικ σε αυτά μέσω του εργαλείου κειμένου.

Έρευνα

Εάν οι μαθητές εκτελέσουν τα κουμπιά με την προτεινόμενη σειρά, θα εμφανιστεί μια διαδοχή σχημάτων όπως τα παρακάτω.



Απόδειξη

Δυσκολία: Μικρή.

Το αρχικό σχήμα δείχνει δύο πανομοιότυπα ορθογώνια τρίγωνα με πλευρές a , b και γ και δύο τετράγωνα με πλευρές a και b . Κανένας από τους μετασχηματισμούς που διεξάγονται δε μεταβάλλει το εμβαδόν του σχήματος. Στο τελικό σχήμα έχουμε δύο τρίγωνα πανομοιότυπα με τα αρχικά τρίγωνα και ανάμεσά τους ένα τετράγωνο πλευράς γ . Επομένως, το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων στο αρχικό σχήμα, $(a^2 + b^2)$, πρέπει να ισούται με το εμβαδόν γ^2 του τετραγώνου στο τελικό σχήμα.