

## ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

### 1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

#### 1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία χωρισμού ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε στήλες, σύμφωνα με ένα δεύτερο αριθμό που καθορίζει το πλήθος των τετραγωνιδίων κάθε στήλης. Το πρόγραμμα «Διαίρεση» μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία χωρισμού ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες –στήλες– με έναν ορισμένο αριθμό τετραγωνιδίων σε κάθε ομάδα. Ακόμη επιτρέπει στους μαθητές να εργαστούν στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» πιο αφηρημένα, αφού έχουν τη δυνατότητα από τον ένα αριθμό να αφαιρούν το δεύτερο όσες φορές μπορούν. Τέλος, η κατάσταση που ερευνούν στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» μπορεί να μεταφερθεί και στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση», όπου θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται ως ένα πλήθος διαδοχικών αφαιρέσεων.

#### 1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

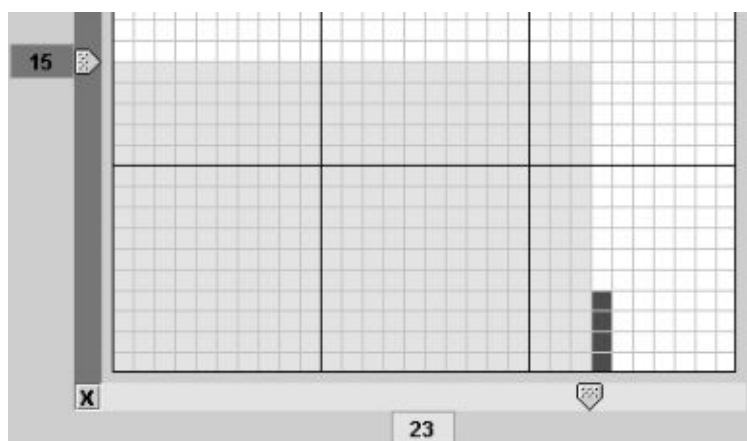
- Να αντιληφθούν τη διαίρεση ως χωρισμό ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες ίσου πλήθους.
- Να αντιληφθούν, επίσης, τη διαίρεση ως μία διαδικασία διαδοχικών αφαιρέσεων.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

#### 1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

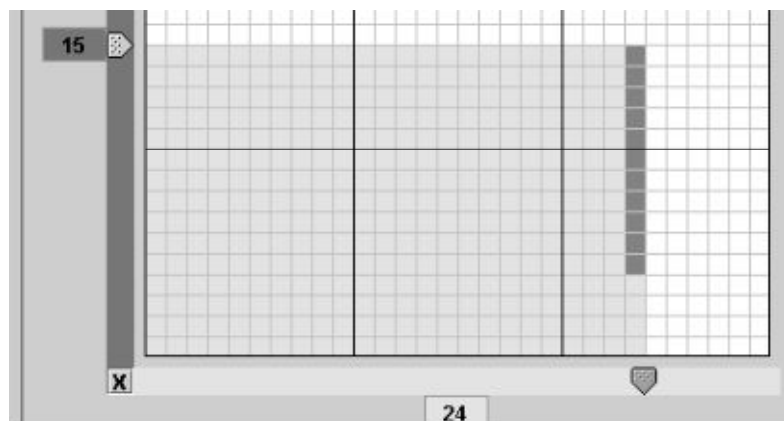
Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν, είτε στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» είτε στο «Διαίρεση με αφαίρεση», το πλήθος των στηλών των τετραγωνιδίων στο οποίο χωρίζονται 349 τετραγωνίδια, όταν σε κάθε στήλη υπάρχουν 15 τετραγωνίδια.

Οι μαθητές πληκτρολογούν τον αριθμό 349 στο πράσινο κουτάκι, επιλέγουν ο μπλε δείκτης να δείχνει 15 και μετακινούν τον κίτρινο δείκτη, έως ότου τα 349 τετραγωνίδια χρωματιστούν κίτρινα. Κάθε φορά που μετακινείται ο κίτρινος δείκτης, μερικές από τις επιλεγμένες στήλες χρωματίζονται κίτρινες, ενώ ταυτόχρονα εμφανίζονται και κόκκινες. Στην περίπτωση των αριθμών 15

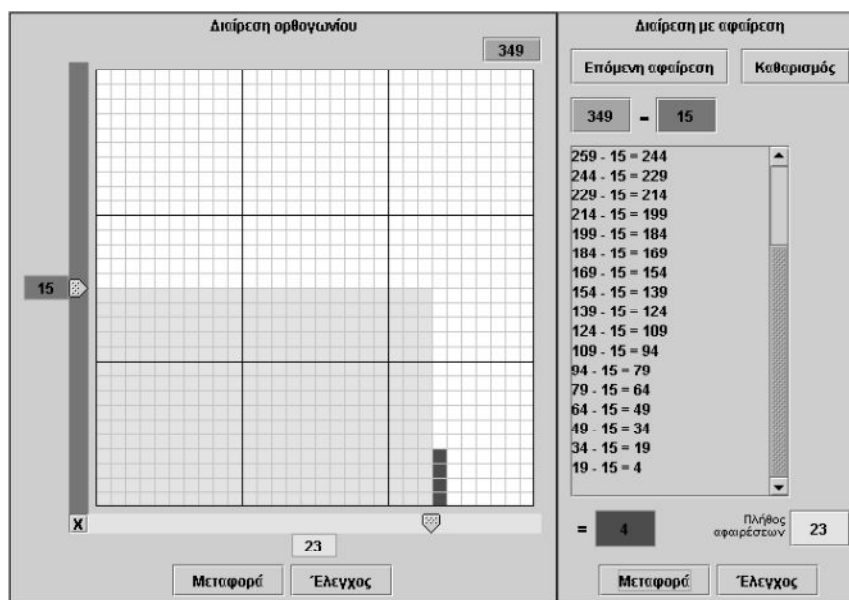


και 349 δεν μπορούν να χρωματιστούν με κίτρινο χρώμα όλες οι στήλες. Στο τέλος απομένουν 4 κόκκινα τετραγωνίδια στην 24η στήλη.

Μόλις ο δείκτης στην κίτρινη ταινία μετακινηθεί στην 24η στήλη, τα 4 κόκκινα τετραγωνίδια γίνονται κίτρινα, ενώ τα υπόλοιπα τετραγωνίδια της στήλης εμφανίζονται με γκρι χρώμα. Αυτό σημαίνει ότι για να συμπληρωθεί η 24η στήλη θα πρέπει να επιλεγούν από την αρχή 11 επιπλέον τετραγωνίδια. Με άλλα λόγια, ο αριθμός 349 μπορεί να χωριστεί σε 23 δεκαπεντάδες, όπου θα περισσεύουν 4 τετραγωνίδια.



Ωστόσο, η μεταφορά στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» παρουσιάζει έναν ακόμη τρόπο υπολογισμού του πηλίκου και του υπολοίπου της διαίρεσης  $349 : 15$ . Οι μαθητές μπορούν να ακολουθήσουν την εξής διαδικασία: Να αφαιρέσουν από τον αριθμό 349 τον αριθμό 15. Από το υπόλοιπο, που θα βρουν, να αφαιρέσουν ξανά τον αριθμό 15. Να συνεχίσουν να αφαιρούν τον αριθμό 15 από το νέο υπόλοιπο, έως ότου εμφανισθεί υπόλοιπο μικρότερο από τον αριθμό 15. Αυτός είναι ο πρώτος αλγόριθμος της διαίρεσης. Το πηλίκο 23 εκφράζει το πλήθος των αφαιρέσεων του 15 από το 349, μέχρι το σημείο της μη περαιτέρω αφαίρεσης. Αυτό θα συμβεί όταν το τελευταίο υπόλοιπο είναι 4, δηλαδή μικρότερο του 15.



Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα προσδιορισμού του πηλίκου και του υπολοίπου μιας νέας διαίρεσης, επαναλαμβάνοντας τον αρχικό τρόπο ή ζητώντας από τους μαθητές να δράσουν κατευθείαν στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» και κατόπιν να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο». Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής:

- Το υπόλοιπο είναι πάντοτε μικρότερο από το πλήθος των τετραγωνιδίων που υπάρχουν σε κάθε στήλη.
- Για κάθε διαίρεση δίνονται δύο αριθμοί –ο διαιρετέος και ο διαιρέτης– και απαιτείται να προσδιοριστούν δύο άλλοι αριθμοί – το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τον υπολογισμό του υπολοίπου μιας διαίρεσης, επιλέγοντας και συνδέοντας κάθε φορά το πλήθος των στηλών με το υπόλοιπο των διαδοχικών αφαιρέσεων –κατά τη μεταφορά από το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»–, και κατόπιν να επιβεβαιώνουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τις διαδοχικές αφαιρέσεις, με τις οποίες υπολογίζουν το πηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης, ως χωρισμό ενός αριθμού τετραγωνιδίων σε ομάδες με πλήθος όσο δηλώνει ο διαιρέτης.

#### **1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης**

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου της διαίρεσης δύο αριθμών, χωρίζοντάς τους σε ομάδες ίσου πλήθους και κάνοντας διαδοχικές αφαιρέσεις.

**ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ****2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

---



---



---

Σε πόσες στήλες πρέπει να χωρίσετε 349 τετραγωνίδια του παρακάτω πλέγματος, ώστε κάθε στήλη να περιέχει 15 τετραγωνίδια;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου»;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

---



---



---



---



---



---

## ΚΑΤΑΝΟΩ ΤΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΩΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

### 3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Μπορείτε να καθορίσετε το μέγεθος του πλέγματος επιλέγοντας το γράμμα Χ που βρίσκεται στο κάτω αριστερό άκρο του πλέγματος. Το λογισμικό «Διαίρεση» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αριθμούς που δεν υπερβαίνουν το  $90 \times 90 = 8.100$ . Μπορείτε να πληκτρολογήσετε αριθμούς σε όλα τα κουτάκια, εκτός από αυτά που καθορίζονται από τους δύο δείκτες. Το κουμπί «Έλεγχος» σας επιτρέπει να ελέγξετε αν έχετε κάνει σωστά την επιλογή σας. Δηλαδή αν έχετε πληκτρολογήσει τους κατάλληλους αριθμούς στα διάφορα κουτάκια και αν είναι σωστοί οι υπολογισμοί σας.

Η επιλογή σας δεν θα είναι σωστή αν:

1. Στο πλαίσιο «Η διαίρεση ως αφαίρεση» δεν έχετε εξαντλήσει όλες τις δυνατές αφαιρέσεις που μπορούν να γίνουν.
2. Στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» δεν είναι σωστή η ισότητα ή αν το υπόλοιπο δεν είναι μικρότερο του διαιρέτη.
3. Στο πλαίσιο «Διαίρεση» δεν έχετε κάνει σωστά τη διαίρεση ή αν το υπόλοιπο δεν είναι μικρότερο του διαιρέτη.

Στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» επιλέξτε «Μεταφορά». Τι παρατηρείτε;

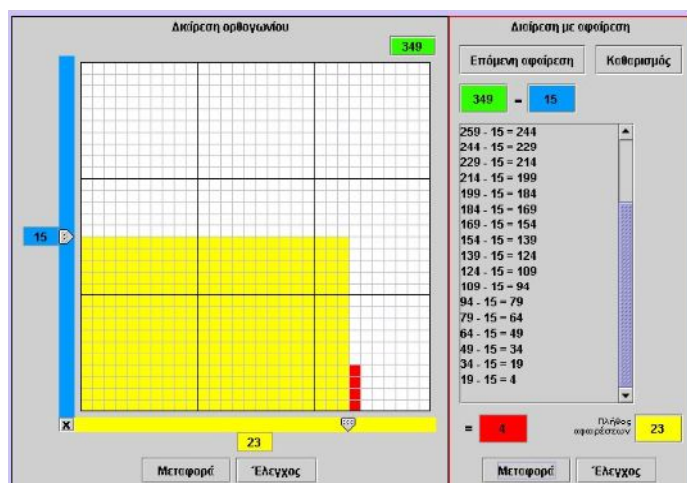
Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια τι παριστάνουν οι διαδοχικές αφαιρέσεις;

Πώς εργαζόμαστε στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»:

Στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» πληκτρολογήστε τους αριθμούς 15 και 349 στο μπλε και το πράσινο τετραγωνίδιο αντίστοιχα. Επιλέξτε το κουμπί «Επόμενη αφαίρεση» και επαναλάβετε την επιλογή σας, έως ότου το υπόλοιπο που θα μείνει να είναι μικρότερο του 15.

Πόσες αφαιρέσεις έγιναν; Τι υπόλοιπο έμεινε; Τι θα συμβεί αν κάνετε μεταφορά της κατάστασης στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο»;

Παρατηρήστε το στιγμιότυπο της επόμενης εικόνας.



Η μεταφορά στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο»